****

**Množiny**

***Množina*** je súhrn prvkov, ktoré môžu, ale nemusia mať spoločnú vlastnosť.

Množina môže byť ***konečná*** alebo ***nekonečná.***

***Prázdna množina ∅*** - neobsahuje žiadny prvok.

**Určenie množín**

Množiny určujeme:

1. Vymenovaním prvkov:

2. Charakteristickou vlastnosťou: A = {2k; k ϵ N}

3. Operáciou s inými množinami: A = B ∩ C

**Vzťahy medzi množinami**

***Rovnosť množín* A = B**

Množina **A = B** práve vtedy, ak množina **A** obsahuje práve tie isté prvky ako množina **B.**

***Podmnožina* A ⊂ B**

Množina **A** je podmnožinou množiny **B** práve vtedy, ak každý prvok z množiny **A** patrí zároveň aj do množiny **B**.

**Množinové operácie**

|  |  |
| --- | --- |
| **Zjednotenie množín A ∪ B** je množina všetkých prvkov, ktoré patria aspoň do jednej z množín A alebo B.  [Set union.png](http://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Set_union.png) | **Prienik množín A ∩ B** je množina všetkých prvkov, ktoré patria do množiny A a zároveň do množiny B  [Set intersection.png](http://sk.wikipedia.org/wiki/S%C3%BAbor:Set_intersection.png)  Množiny nazývame **disjunktné**, ak nemajú spoločné prvky, ich prienik je prázdna množina: **A ∩ B = ∅** |
| **Rozdiel množín A – B** je množina všetkých prvkov, ktoré patria množine **A**, ale nepatria množine **B**.  **[Set difference2.svg](http://sk.wikipedia.org/w/index.php?title=S%C3%BAbor:Set_difference2.svg&page=1)** | **Doplnok množiny A do množiny B** je množina všetkých prvkov množiny **B**, ktoré nepatria množine **A**. Je to aj rozdiel **B-A** |

**PRÍKLADY**

1) Dané sú množiny:

*A* = {*x* ∈ *Z*; *x*2 < 10}, *B* = {*x* ∈ *N*; 3 ⎢*x* ∧ *x* < 17}, *C* = {*x* ∈ *Z*; *x*2 = 1 ∨ 2.⎢*x* ⎢ < 5}

Vymenovaním prvkov určte množiny *A, B, C, A* ∩ *B, B* ∪ *C, CA*′.

2) Pomocou intervalov zapíšte množinu:

a) *A* = {*x* ∈ *R*; *x* ≤ 2} b) *B* = {*x* ∈ *R*; 3*x* ≥ 8 ∧ 5*x* < 29}

c) *C* = {*x* ∈ *R*; |*x* − 2| < 3} d) *D* = {*x* ∈ *R*; |*x* − 1| ≥ 4}

3) Charakteristickou vlastnosťou zapíšte množinu:

a) *A* = (−∞, 5〉 b) *B* = (−2, 7〉

c) *C* = (−∞,−1〉 ∪ (3, +∞) d) *D* = {−2, −1, 0, 1, 2}

4) Dané sú množiny *A* = 〈−2, 7〉, *B* = (0, 10〉, *C* = {*x* ∈ *R*; *x* > 2}.

Pomocou intervalov zapíšte množiny: *A* ∩ *B, A* ∪ *B, A* ∩ *C, B* ∪ *C, AR*′, *CR*′.

5) Čo najjednoduchšie zapíšte množiny:

1. (2, 6) ∩ <4, ∞) b) (2, 6) ∩ (10, ∞) c) (2, 6) ∪ <4, ∞)
2. (−∞, 3) ∪ (0, ∞) e) (−∞, 2) ∪ (6, ∞)

f) doplnok intervalu (−∞, 3> v množine *R*

1. zjednotenie doplnku intervalu (5, ∞) v množine *R* s intervalom <0, 10>
2. prienik doplnku intervalu <1, 5> v množine *R* s intervalom <2, 10>
3. prienik zjednotenia intervalov (−∞, 3), <0, 5> v množine *R*.

6) Overte pomocou Vennovych diagramov, že pre ľubovoľné podmnožiny *A, B* danej základnej množiny platí:

a) (*A* ∪ *B*)′ = *A*′ ∩ *B*′

b) (*A* ∩ *B*)′ = *A*′ ∪ *B*′

7) Daná je množina *M* = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}. Zapíšte nasledujúce podmnožiny množiny *M*:

a) podmnožinu *T* všetkých násobkov 3

b) podmnožinu *H* všetkých násobkov 10

c) podmnožinu *D* všetkých násobkov dvojciferných čísel

d) podmnožinu *J* všetkých čísel, ktorých zápis začína číslicou 1

8) Z 35 žiakov dochádza vlakom 8 žiakov, autobusom 10 žiakov a 21 žiakov nedochádza ani

vlakom ani autobusom. Koľko žiakov dochádza aj vlakom aj autobusom?

9) Po maturitách sa ukázalo, že 14 študentov dostalo jednotku aspoň z jedného z predmetov M, F. Osem z nich malo jednotku z F a traja z oboch predmetov. Koľko percent študentov malo jednotku z matematiky?

10) Na Vennovom diagrame znázornite tieto množiny:

11) Z 84 žiakov istej školy chodí 37 do jazykovej školy, 34 na športový tréning a 21 nechodí nikam. Koľko žiakov chodí na tréning aj do jazykovej školy?

12) Záverečný test z ANJ ukázal, že 50% žiakov neovláda predprítomný priebehový slovesný čas(ppc), 40% minulý jednoduchý slovesný čas(mjc) a 40% budúci slovesný čas(bc). 25% žiakov neovláda ppc aj mjc, 20% mjc aj bc. 10% žiakov neovláda všetky tri časy. Koľko % žiakov neovláda práve dva časy a koľko % ovláda všetky tri časy?

13) Nájdite najmenšie celé číslo, ktoré je z množiny **(A-B) ∩C**, kde A=<2; 6>, B=<1; 4), C=<3; 5>.

14) Sú dané otvorené intervaly A= (x-2; 2x-1), B=(3x-4; 4). Nájdite najväčšie reálne číslo x, pre ktoré platí A**⊂**B.

15) Sú dané intervaly A = (-2; 5> a B = <2x+7; 7). Nájdite najväčšiu hodnotu x, pre ktorú je prienik množín A, B neprázdna množina.

**Testy**

**1) Na obrázku je Vennov diagram troch množín P, Q, R. Čísla označujú počty prvkov v jednotlivých oblastiach. Ktoré z uvedených tvrdení je pravdivé?**

A) Množina P-R má 14 prvkov.

B) Množina P**∩**R má 14 prvkov.

C) Množina Q∪R má 34 prvkov.

D) Množina, ktorá je doplnkom množiny Q v množine P, má 35 prvkov.

R

14 2 14 4

35

Q

P

**2) Množina K má 500 prvkov, množina M má tiež 500 prvkov, zjednotenie týchto dvoch množín má 501 prvkov. Ktoré z nasledujúcich tvrdení je určite pravdivé?**

A) Množiny K a M majú prázdny prienik.

B) Množiny K a M majú práve jeden spoločný prvok.

C) Množiny K a M sa rovnajú.

D) Existuje práve jeden prvok množiny K, ktorý nepatrí do množiny M.

**3) *A, B* sú dve podmnožiny množiny *M*, pričom *A* je nekonečná množi­na a *B* je konečná množina. Ktorý z nasledujúcich výrokov je potom nepravdivý?**

**A** *A* ∪ *B* je nekonečná množina **B** *A* ∩ *B* je konečná množina

**C** *A* ∩ *M = M* **D** *A* ∪ *M = M*

**E** *A* ∩ *BM*′ je nekonečná množina

**4) Vyberte správnu odpoveď. Ak je pravda, že každá amala je titiba a že žiadna titiba nie je kamba, potom je pravda že :**

A) Niektorá amala je kamba

B) Každá kamba je titiba

C) Žiadna amala nie je kamba

D) Žiadna titiba nie je amala

Výsledky: 1) C; 2) D; 3) C; 4) C ;

# **VENOVE DIAGRAMY a slovné úlohy o počte prvkov konečných množín**

1. Nakreslite Venov diagram pre C: {6, 2, 5, 3} a D: {2, 3, 4, 5, 6, 7} ak Z= N.
2. Nakreslite Venov diagram pre množinu občanov – majiteľov áut, majiteľov bicyklov, chovateľov psov a turistov a vyznačte:
   1. občana X, ktorý vlastní bicykel a psa, ale nemá auto a nie je turistom
   2. občana Y, ktorý pestuje turistiku a má bicykel, ale nemá auto ani psa
   3. občana Z, ktorý má auto, bicykel aj psa, ale nie je turista
   4. seba
3. Dané sú množiny A a B. V nasledujúcich vetách písmeno *a* označuje ľubovoľný prvok množiny A a *b* je prvok množiny B. Nakreslite príslušné Vennove diagramy:
   1. každé *a* je *b*
   2. niektoré *a* sú *b*
   3. žiadne *a* nie je *b*
   4. niektoré *a* nie sú *b*
4. Vyberte správnu odpoveď. Ak je pravda, že každá amala je titiba a že žiadna titiba nie je kamba, potom je pravda že :
   1. Niektorá amala je kamba
   2. Každá kamba je titiba
   3. Žiadna amala nie je kamba
   4. Žiadna titiba nie je amala
5. V triede je 30 žiakov. 6 vie iba po anglicky, desiati hovoria iba po nemecky, oboma jazykmi hovoria štyria. Koľkí nevedia ani po anglicky ani po nemecky?
6. V triede je 34 žiakov. 7 dievčat nosí okuliare, chlapcov s okuliarmi je o 5 menej ako dievčat bez okuliarov. Chlapcov bez okuliarov je dvakrát viac, ako dievčat bez okuliarov. Koľko je v triede dievčat a koľko je chlapcov?
7. Po maturitách sa ukázalo, že 14 študentov dostalo jednotku aspoň z jedného predmetu medzi matematikou a chémiou. Jednotku z chémie mali ôsmi, z obidvoch predmetov 3. Koľkí žiaci mali jednotku z matematiky?
8. Zo 124 študentov odoberalo aspoň jeden z dvoch časopisov 68. Prvý neodoberalo 82, práve jeden časopis odoberalo 63 študentov. Koľkí odoberali prvý a koľkí druhý časopis?
9. Z 326 zamestnancov cestuje vlakom 92 osôb, električkou necestuje 143. Práve jedným prostriedkom cestuje 213 zamestnancov. Koľkí cestujú vlakom aj električkou?
10. Študenti sa mali podrobiť trom skúškam. Zo 124 študentov zložilo len prvú 22, prvú a druhú zložilo 28, druhú a tretiu 52, len druhú 12, prvú alebo tretiu (aspoň jednu z nich) 96, všetky tri 20, ani prvú ani druhú 30. Koľko študentov nespravilo ani jednu skúšku? Koľko ich ešte bude robiť jednotlivé skúšky?
11. Zo 129 študentov chodí pravidelne do jedálne na obed alebo večeru 116. 62 nechodí na obed alebo nechodí na večeru, na obed chodí o 47 viac ako na večeru. Koľko študentov chodí aj na obed aj na večeru? Koľkí chodia len na obed a len na večeru?
12. Do cukrárne priniesli 2 nové druhy zákuskov. Zo 153 zákazníkov si 65 kúpilo prvý druh. Druhý si kúpilo 49. Tých, ktorí si kúpili obidva druhy, bola jedna pätina počtu zákazníkov, ktorí si kúpili aspoň 1 druh zákuskov. Koľkí si kúpili iba prvý a koľkí iba druhý druh zákusku? Koľko bolo takých, čo si kúpili obidva druhy? Koľkí si nekúpili ani jeden z nich?
13. Medzinárodnej konferencie sa zúčastnilo 88 ľudí, z ktorých každý ovládal aspoň jeden z jazykov : angličtina, nemčina, ruština. Zistilo sa, že AJ ovláda celkom 59 účastníkov, NJ 52 a RJ 31. Práve jeden jazyk ovláda 17 Angličanov, 14 Nemcov a 8 Rusov. Angličtinu a zároveň nemčinu ovláda 31 účastníkov. Zistite, koľkí ovládajú všetky 3 jazyky.
14. Jazyková škola prijala 120 poslucháčov na španielčinu a taliančinu. Obidva jazyky bude študovať 22, taliančinu trikrát viac osôb ako španielčinu. Koľkí budú chodiť iba na taliančinu?
15. V cestovnej kancelárii predali 166 poukazov. Leteckých bolo dvakrát viac ako do Grécka. Do Grécka, ktoré nie sú letecké o 40 viac ako leteckých do Grécka. Takých, čo nie sú ani letecké, ani do Grécka predali o 3O menej, ako neleteckých do Grécka. Koľko predali všetkých zájazdov do Grécka? Koľko predali leteckých inde ako do Grécka?
16. Z 35 žiakov si bagetu kúpilo 8, nápoj si kúpilo 10. Nič si nekúpilo 21. Koľkí si kúpili bagetu aj nápoj?
17. Z 50 žiakov súťažilo aspoň v jednom športe z behu a plávania 44. Neplávali 19 a práve v jednom športe súťažilo 39 žiakov. Koľkí súťažili v behu aj v plávaní?
18. 30 žiakov sa zúčastní matematickej alebo biologickej olympiády. Na obidve sa prihlásilo 8 žiakov, iba biologickej sa zúčastní 19 ž. Koľko žiakov sa zúčastní matematickej olympiády?